

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 6 - עבודה ואנרגיה - בפרק מוסבר חישובי עבודה ואנרגיה של כוח כללי שאינו קבוע אבל אתם יכולים להתייחס לכוח כאילו הוא שדה חשמלי והשאר זהה

תוכן העניינים

1. עבודה של כוח קבוע (ללא ספר)
2. משמעות האינטגרל של עבודה (ללא ספר)
3. חישוב עבודה לכוח לא קבוע 1
4. איך בודקים האם כוח הוא משמר 3
5. נקודת שיווי משקל 4

חישוב עבודה לכוח לא קבוע

רקע

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

צריך גם משוואה של המסלול

שאלות

(1) חישוב עבודה במסלולים שונים

חשב את העבודה שמבצע הכוח: $\vec{F} = xx + yxy$ בין הנקודה $A(0,0)$ לנקודה $B(2,4)$:

א. דרך המסלול של הקו הישר המחבר בין הנקודות.

ב. דרך מסלול המקביל לציר ה- x עד לנקודה $C(2,0)$ ולאחר מכן דרך

המסלול המקביל לציר ה- y עד לנקודה B .

ג. דרך המסלול $y = x^2$.

ד. דרך המסלול $x(t) = 2t$, $y(t) = 4t^2$.

(2) כוח בשלושה מימדים

נתון הכוח: $\vec{F} = zx^2\hat{x} + xz\hat{y} + 2y\hat{z}$.

א. חשב את העבודה של הכוח דרך המסלול היוצא מהנקודה $A(1,2,3)$

עד לנקודה $B(2,3,5)$ כאשר המסלול יוצא מ- A במקביל לציר ה- Y

עד לנקודה $C(1,3,3)$ ולאחר מכן מ- C במקביל לציר ה- Z ועד לנקודה

$D(1,3,5)$ ולאחר מכן מהנקודה D במקביל לציר ה- X עד לנקודה B .

ב. חשב את העבודה של הכוח מהנקודה $A(0,0,-1)$ עד הנקודה $B(4,4,5)$

לאורך המסלול הנתון לפי המשוואות: $x(t) = 2t$; $y(t) = t^2$; $z(t) = 3t - 1$.

(3) חישוב עבודה של כוח במסלול מעגלי ואלפטי

$$\vec{F} = a(2x + 4y)x + b(4x - 2y)y : \text{נתון הכוח הבא}$$

א. מצא תנאי על a ו- b כך שהכוח יהיה משמר.

ב. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך מעגל

המתואר ע"י: $\vec{r} = R \cos \theta x + R \sin \theta y$ כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה $(R, 0)$.

ג. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך אליפסה

המתוארת ע"י: $\vec{r} = d \cos \theta x + k \sin \theta y$ כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה $(d, 0)$.

תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. } W_{A \rightarrow B} = \frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 8}{3} \quad \text{ב. } W_{A \rightarrow B} = 18 \quad \text{ג. } W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5}$$

$$\text{ד. } W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5}$$

$$(2) \quad \text{א. } 26.67 \text{ J} \quad \text{ב. } 128 \text{ J}$$

$$(3) \quad \text{א. } \vec{\nabla} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow a = b \quad \text{ב. } W = R^2(0 - 4a\pi + 4b\pi) \quad \text{ג. } W = k \cdot d(0 - 4a\pi + 4b\pi)$$

איך בודקים האם כוח הוא משמר

רקע

אם ורק אם $\vec{V} \times \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.

הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד

שאלות

(1) דוגמה

נתון הכוח $F: \vec{F} = -2xy\hat{x} + (x^2 - z)y\hat{y} + yz\hat{z}$.

בדקו האם הכוח F משמר.

תשובות סופיות

(1) משמר.

נקודת שיווי משקל:

שאלות:

1) שעון תלוי

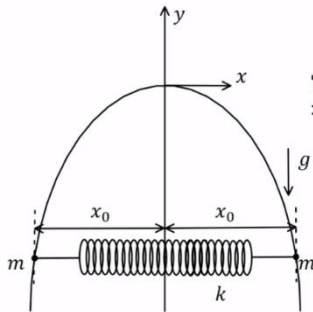


- שעון קיר תלוי באמצעות מסמר הנמצא בקצהו העליון. ניתן לסובב את כל השעון (לא את המחוגים) סביב המסמר. א. מצא באילו מצבים השעון יהיה בשיווי משקל וקבע עבור כל מצב איזה סוג שיווי משקל הוא. ב. חזור על סעיף א' אם המסמר תקוע במרכז השעון (השעון עדיין יכול להסתובב סביב המסמר).

2) אנרגיה פוטנציאלית בשיווי משקל

- האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף נתונה לפי הפונקציה הבאה: $U = (x-4)^2 + x^3$. מצא את נקודת שיווי המשקל ומיין אותה לסוגים הרלוונטיים.

3) קפיץ וחרוזים על תיל קשיח מכופף



- תיל קשיח מכופף בצורת פרבולה המתאימה לפונקציה: $y = -Ax^2$ כאשר A קבוע נתון. על התיל מושחלים שני חרוזים זהים בעלי מסה m, אחד בכל צד. קפיץ אופקי בעל קבוע k ואורך רפוי l מחבר בין החרוזים (ראה איור). חשב את המרחק האופקי x_0 של כל חרוז מציר ה-y במצב של שיווי משקל. הנח כי הקפיץ והחרוזים נמצאים תמיד באותו הגובה. הדרכה: כתוב ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית כפונקציה של x בלבד.

תשובות סופיות:

(1) א. כשהשעון למטה שיווי משקל יציב וכשהשעון הפוך ב- 180° שיווי משקל רופף.
 ב. השעון בשיווי משקל אדיש.

$$(2) \quad x_1, U''(x_1) = 6 \cdot \frac{4}{3} + 2 > 0 \quad \text{נק' מינימום} \Leftarrow \text{ש.מ. יציב.}$$

$$x_2, U''(x_2) = -2 \cdot 6 + 2 < 0 \quad \text{נק' מקסימום} \Leftarrow \text{ש.מ. רופף.}$$

$$(3) \quad x_0 = \frac{kl}{2k - 2mgA}$$